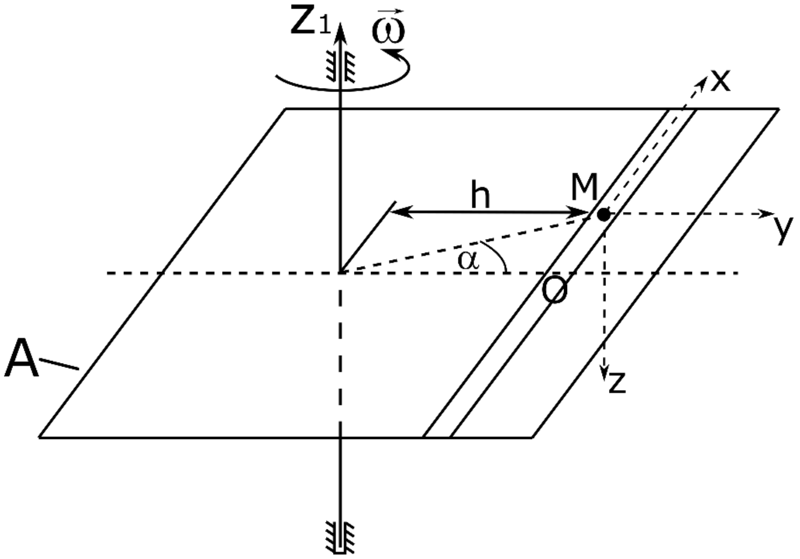
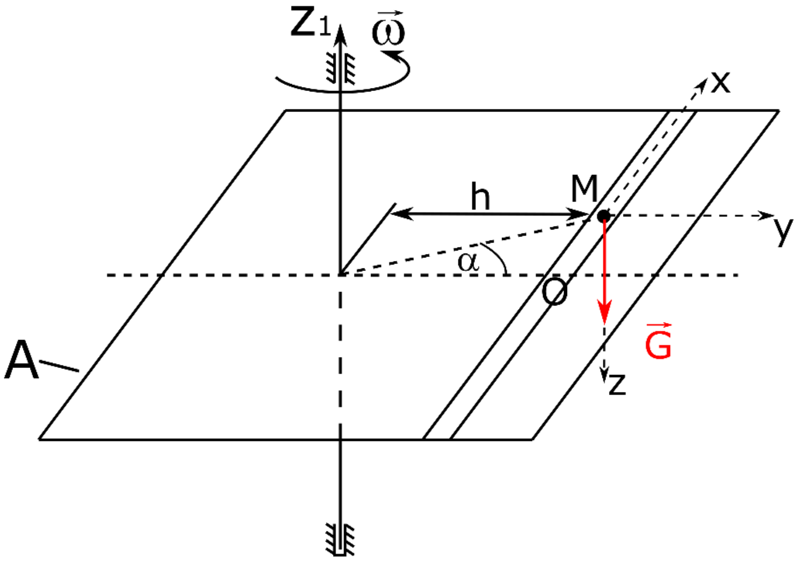
Dynamika ruchu względnego

Przykład 1. Kulkę M rozpatrujemy jako punkt materialny poruszający się wewnątrz cylindrycznego kanału cała A będącego w ruchu. Znaleźć równanie ruchu względnego tej kulki x=x(t), przyjmując za punkt początkowy punkt O. Obliczyć również współrzędną x i ciśnienie kulki na ściankę kanału gdy zadany jest czas t. Dane: $m = 0{,}02kg$, $\omega = \pi\ s^{-1}$, $x_o = 0\ m$, $\dot{x}_o = 0{,}2\ m/s$, $t = 0{,}4\ s$, $h = 0{,}15\ m$.

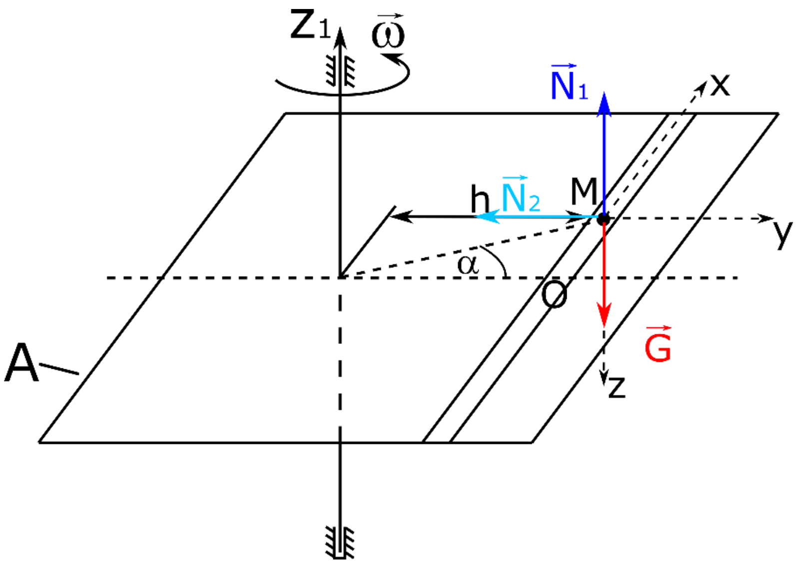


$$m\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{R} + \vec{D}$$

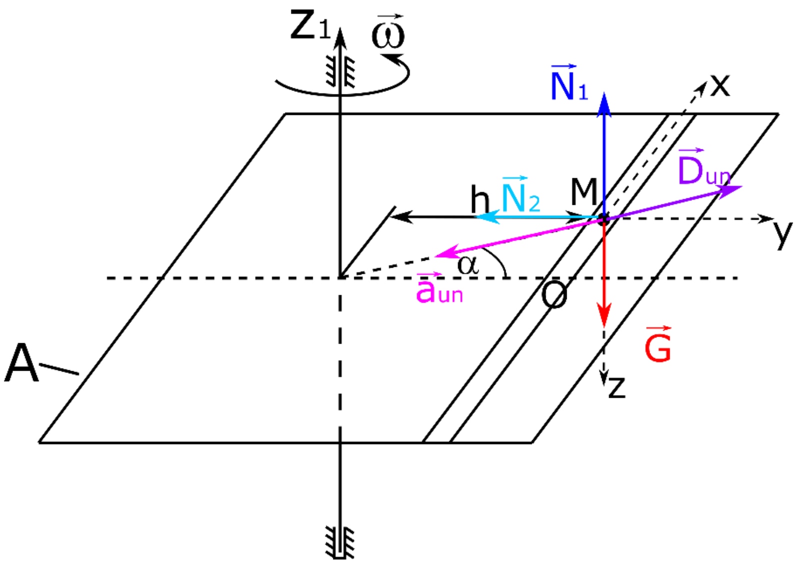
Zewnętrzne siły działające na punkt $\vec{F} = \vec{G}$



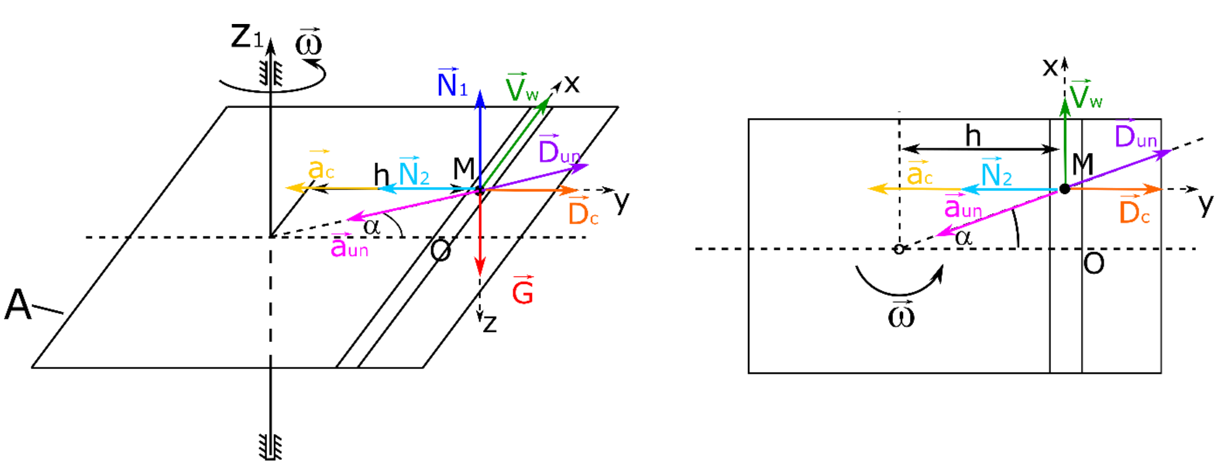
Siły reakcji działające na punkt $\vec{R} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$



Siły bezwładności działające na punkt $\vec{D}$, związane są z przyspieszeniami. $\vec{D}_{un}$ siła związana z przyspieszeniem unoszenia normalnym. Ponieważ $\omega = const$ to nie ma składowej stycznej przyspieszenia unoszenia.



$\vec{D}_C$ siła związana z przyspieszeniem Coriolisa. Poniżej wszystkie siły działające na punkt materialny.



$$D_{un} = m\omega^2 r$$

$$D_C = 2m\omega * V_w * \sin(\vec{\omega}, \overrightarrow{V_w})$$

Ponieważ wektory $\vec{\omega}$ i $\overrightarrow{V_w}$ są do siebie prostopadłe to sinus kąta między nimi wynosi 1. Dodatkowo, nie znamy wartości prędkości względnej punktu materialnego, ale wiemy, że punkt ten porusza się wzdłuż osi OX dlatego jego prędkość będzie to pochodna drogi przebytej po x, dlatego możemy zapisać.

$$D_C = 2m\omega * \dot{x}$$

$$\frac{OM}{r} = \sin\alpha \Rightarrow \frac{x}{r} = \sin\alpha$$

$$m\ddot{x} = D_{un}\sin\alpha$$

$$m\ddot{x} = m\omega^2 r \sin\alpha \ \backslash m$$

$$\ddot{x} = \omega^2 r \sin\alpha$$

$$\ddot{x} = \omega^2 r \frac{x}{r}$$

$$\ddot{x} = \omega^2 x$$

$$\ddot{x} - \omega^2 x = 0$$

$$x = e^{rt};\ \dot{x} = re^{rt};\ \ddot{x} = r^2 e^{rt}$$

$$r^2 e^{rt} - \omega^2 e^{rt} = 0 \ \backslash e^{rt}$$

$$r^2 - \omega^2 = 0$$

$$(r-\omega)(r+\omega) = 0$$

$$r_1 = \omega;\ r_2 = -\omega$$

$$x = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t}$$

$$x = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t}$$

$$x = C_1 e^{\pi t} + C_2 e^{-\pi t}$$

$$\dot{x} = \pi C_1 e^{\pi t} - \pi C_2 e^{-\pi t}$$

$$x(0) = 0 \Rightarrow C_1 + C_2 = 0 \Rightarrow C_1 = -C_2$$

$$\dot{x}(0) = 0{,}2 \Rightarrow \pi C_1 - \pi C_2 = 0{,}2 \Rightarrow -2\pi C_2 = 0{,}2$$

$$C_1 = 0{,}03$$

$$C_2 = -0{,}03$$

$$x = 0{,}03 e^{\pi t} - 0{,}03 e^{-\pi t}$$

$$x(t) = 0{,}097m$$

$$\dot{x} = 0{,}094 C_1 e^{\pi t} + 0{,}094 C_2 e^{-\pi t}$$

$$\dot{x}(t) = 0{,}357\ m/s$$

Wyznaczenie nacisku kulki na ścianki rurki

$$m\ddot{y} = -N_2 + D_C + D_{un}\cos\alpha$$

$$\ddot{y} = 0$$

$$0 = -N_2 + D_C + D_{un}\cos\alpha$$

$$N_2 = D_C + D_{un}\cos\alpha$$

$$N_2 = 2m\omega * \dot{x} + m\omega^2 r\frac{h}{r}$$

$$N_2 = 2m\omega * \dot{x} + m\omega^2 h$$

$$N_2 = 0{,}074$$

$$m\ddot{z} = -N_1 + G$$

$$\ddot{z} = 0$$

$$0 = -N_1 + G$$

$$N_1 = G = 0{,}1962$$

$$N = \sqrt{{N_1}^2 + {N_2}^2} = 0{,}21N$$

Ciśnienie kulki na ściankę jest równe co do wartości N, ale ma przeciwny zwrot.