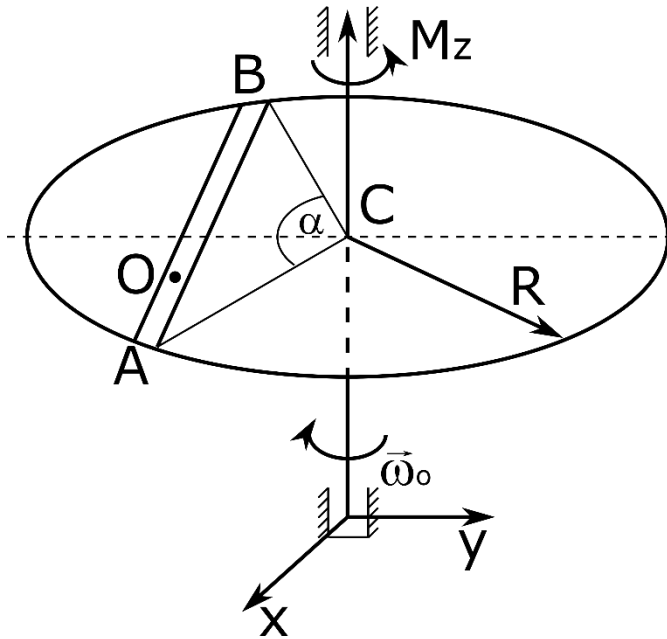


Moment pędu (kręt) – dynamika uchu obrotowego bryły sztywnej

Przykład 1. Ciało N o masie m_1 obraca się wokół pionowej osi "z" ze stałą prędkością kątową ω_0 , przy czym w punkcie O wyżłobienia AB ciała N, w odległości AO od punktu A wzdłuż wyżłobienia, znajduje się punkt materialny L o masie m_2 . W pewnej chwili ($t = 0$), na układ zaczyna działać para sił o momencie M_z . W chwili $t = \tau$ działanie pary sił zostaje przerwane, a jednocześnie punkt L zaczyna ruch względny od punktu O wzdłuż wyżłobienia AB, w kierunku punktu B według równania OL. Wyznaczyć prędkość kątową ciała N, gdy $t = \tau$ and $t = T$, pomijając opory obrotu ciała N. Nanieść wektory na rysunku. Dane: $m_1 = 200 \text{ kg}$, $m_2 = 60 \text{ kg}$, $\omega_0 = 2 \text{ s}^{-1}$, $R = 2 \text{ m}$, $\alpha = 120^\circ$, $OA = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $M_z = 101 \text{ Nm}$, $\tau = 5 \text{ s}$, $T = 6 \text{ s}$, $OL = \sqrt{3}(t - \tau)^2$



Korzystamy z zasady krętu

Etap I, działa M_z

$$\frac{d\vec{K}^O}{dt} = \sum M_i^O$$

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z$$

$$K_z = K_z^N + K_z^L$$

$$K_z^N = I_z * \omega$$

$$K_z^L = m_2 * V * OC$$

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$

Ponieważ na początku punkt się nie porusza to nie ma \vec{V}_R , a więc $V = V_L$.

$$K_z^L = m_2 * V_L * OC$$

$$V_L = \omega * OC$$

$$K_z^L = m_2 * V_L * OC$$

$$K_z^L = m_2 * \omega * OC^2$$

$$K_z = \omega(I_z + m_2 * OC^2)$$

Wyznaczanie OC

$$\frac{AF}{R} = \cos 30^\circ$$

$$AF = R \cos 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\frac{FC}{R} = \sin 30^\circ$$

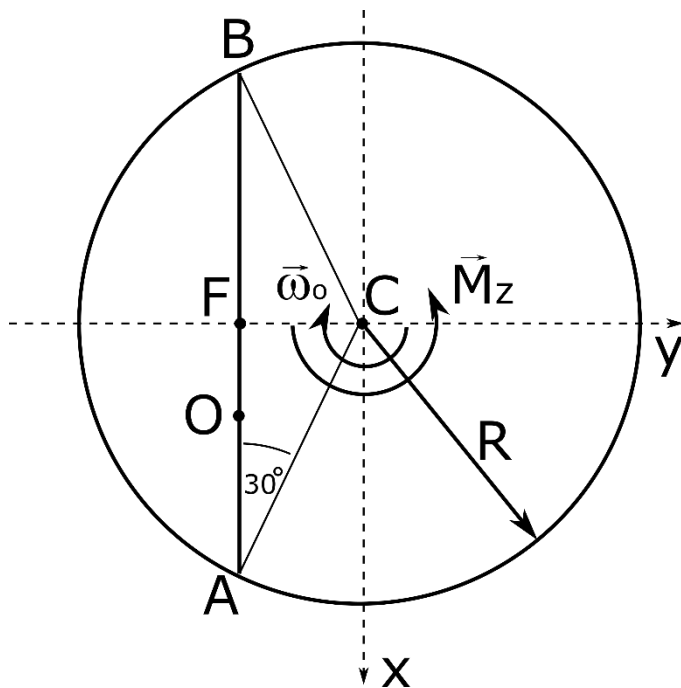
$$FC = R \sin 30^\circ = 1$$

$$FO = AF - OA = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$OC = \sqrt{FO^2 + FC^2} = 1,32$$

Powyższe zależności geometryczne zostaną wykorzystane na dalszym etapie zadania. Z twierdzenia cosinusów.

$$OC = \sqrt{OA^2 + R^2 - 2 * OA * R * \cos 30^\circ} = 1,32$$



$$\frac{dK_z}{dt} = M_z$$

$$K_z = \int M_z dt$$

$$K_z = \int 101 dt$$

$$K_z = 101t + C_1$$

Wyznaczenie stałej całkowania

dla $t = 0$, czyli dla początku ruchu wiemy, że cały układ kręci się z $\omega = \omega_0$

$$\omega_0(I_z + m_2 * OC^2) = C_1$$

$$\omega(I_z + m_2 * OC^2) = 101t + \omega_0(I_z + m_2 * OC^2)$$

$$\omega = \omega_0 + \frac{101t}{I_z + m_2 * OC^2}$$

Teraz tylko trzeba określić moment bezwładności tarczy kołowej względem osi Z.

$$I_z = \frac{mR^2}{2} = 400$$

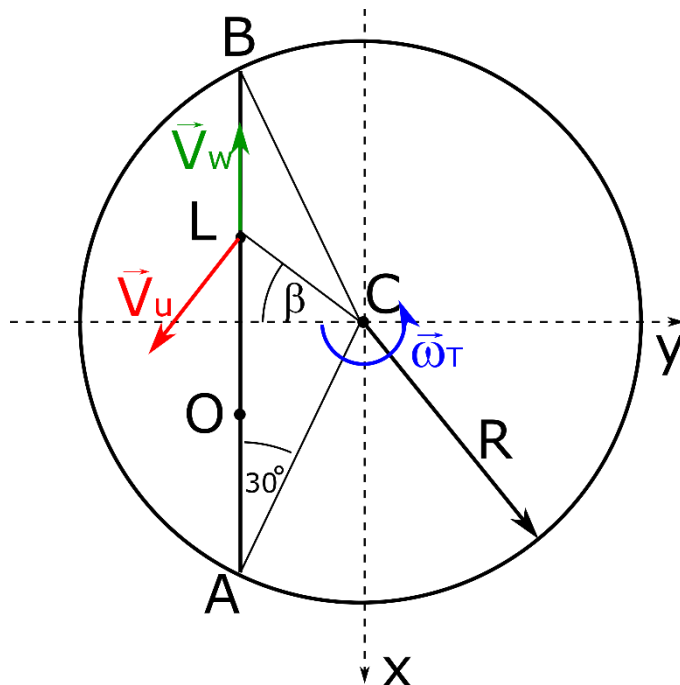
Wyznaczenie $\omega(\tau)$, czyli dla 5 sekundy ruchu.

$$\omega(\tau) = \omega_0 + \frac{101\tau}{I_z + m_2 * OC^2} = 1$$

Dalej wyznaczmy wartość kątu dla τ .

$$K_z(\tau) = \omega(\tau)(I_z + m_2 * OC^2) = 504,5$$

Etap II przestaje działać M_z , zaczyna się ruch punkt L



$$M_z = 0$$

$$\frac{dK_z}{dt} = 0 \Rightarrow K_z = const \Rightarrow K_z^{(\tau)} = K_z^{(T)}$$

$$K_z = K_z^N + K_z^L$$

$$K_z^N = I_z * \omega_T$$

$$K_z^L = (\vec{r} \times \vec{V}) * m_2$$

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$

$$K_z^L = (\vec{r} \times \vec{V}_R + \vec{r} \times \vec{V}_L) * m_2$$

$$K_z^L = m_2 * V_L * LC - m_2 * V_R * LC \sin(90^\circ - \beta)$$

$$V_L = \omega_T * LC$$

$$V_R = \frac{dOL}{dt} = 2\sqrt{3}(t - \tau)$$

$$V_R(T) = 3,46$$

$$OL(T) = \sqrt{3}(t - \tau) = \sqrt{3}$$

$$LC = CO = 1,32$$

Ponieważ,

$$FO = \frac{\sqrt{3}}{2}; LO = \sqrt{3} = 2 * FO$$

$$LC \sin(90^\circ - \beta) = LC \cos \beta = FC; FC = 1$$

$$K_z(T) = I_z * \omega_T + m_2 * \omega_T * LC^2 - m_2 * V_R * FC = 504,5$$

$$I_z * \omega_T + m_2 * \omega_T * LC^2 - m_2 * V_R * FC = 504,5$$

$$\omega_T = \frac{504,5 + m_2 * V_R * FC}{I_z + m_2 * LC^2} = 0,59$$